

Rozbalení fáze pro účely radarové interferometrie

(Semestrální práce pro předmět
Aplikovaná matematika a numerické metody)

Ivana Čapková
ivana.capkova@fsv.cvut.cz

17. února 2005

1 Úvod, motivace

Radarová interferometrie je metoda pro měření např. digitálního modelu terénu (DEM) nebo deformací v nestabilních územích: pre- a post-seismické deformace, poklesy, sesuvy. Využívá dvou družicových radarových snímků, zobrazujících stejné území. Protože byla (či byly) družice v době sejmutí snímků v různé poloze, nejsou snímky přesně stejné a nejprve je nutné provést koregistraci obou snímků, tj. každý pixel jednoho snímku přiřadit k pixelu druhého snímku (jeden snímek, tzv. slave, je nutno převzorkovat). Koregistrace probíhá na základě amplitudy snímků, tj. na základě hodnoty odrazivosti dané oblasti na Zemi, odpovídající jednomu pixelu.

Interferogram je obraz, který vznikne odečtením fáze obou snímků bod po bodu. Fáze daného snímku odpovídá dvojnásobku vzdálenosti mezi radarem (vysílač i přijímač zároveň) a danou oblastí na Zemi, nicméně fáze se může nacházet pouze v intervalu $(-\pi, \pi)$, z čehož vyplývá, že fáze udává pouze doměrek vzdálenosti do $\frac{\lambda}{2}$, kde λ je vlnová délka radaru.

European Space Agency (ESA) dodává snímky ve formátu SLC (Single Look Complex), které již prošly SAR zpracováním, které transformuje radarový signál na obraz; výsledný obraz je ostrý a má rozlišení cca 4.5 m (ve směru letu družice) a 20 – 30 m (ve směru kolmém). Toto rozlišení se průběžně mění a je závislé na aktuálním úhlu pohledu (radar snímá povrch Země nikoli kolmo, nýbrž šikmo).

V interferogramu tedy najdeme rozdíl fází obou obrazů, a ten je samozřejmě do velké míry závislý nejen na topografii terénu, ale též na vzdálenosti družic v okamžiku akvizice snímků (je nepodstatné, zda byly oba obrazy sejmuty stejnou družicí či dvěma družicemi). Tato vzdálenost se nazývá základna B a často se dělí na základnu kolmou $B_{\perp}$ a rovnoběžnou $B_{\parallel}$, oboje míněno vzhledem k paprsku. Aby interferogram obsahoval pouze topografii, je třeba z něj nejprve odečíst fázi „ploché Země“, která tvoří proužky, jejichž hustota je dána základnou.

Pro naši úlohu je nepodstatný rozdíl úhlu pohledu na obou stranách obrazu, stejně jako rozdíl v základně. Taktéž není třeba rozvádět detaily zpracování obrazu, které transformují radarový signál do obrazu ve formátu SLC. Je však důležité to, že fázi interferogramu (tj. rozdíl původních fází) známe pouze v intervalu $(-\pi, \pi)$, zatímco výška terénu, kterou chceme z interferogramu získat, může nabývat jakýchkoli (reálných) hodnot. Je proto třeba fázi „rozbalit“, aby nabývala jakýchkoli reálných hodnot a odpovídala terénu (vztah mezi rozbalenou fází a výškou terénu je téměř lineární).

2 Formulace problému

Ačkoli lze snadno pochopit, co je cílem rozbalení fáze, matematická formulace není úplně jednoznačná. Mějme zabalenou fázi ψ , skutečnou fázi ϕ (tj. fázi odpovídající skutečnému terénu) a „rozbalenou fázi“ φ (tj. fázi vzniklou rozbalením fáze zabalené). Kritérium je nasnadě, a to

$$\varphi = \arg \min_{i=1, j=1}^{i=M, j=N} |\varphi(i, j) - \phi(i, j)|^p, \quad (1)$$

kde i, j jsou po řadě řádkový a sloupcový index daného pixelu v obraze, N, M definují velikost obrazu a p udává, kterou normu chceme minimalizovat.

Vztah (1) však nelze minimalizovat žádným algoritmem, protože skutečná fáze ϕ je typicky neznámá. Je tedy nutno hledat jiný přístup k problému. Zavedeme-li fázové difference zabalené a rozbalené fáze

$$\Delta_x^\psi(i, j) = \psi(i+1, j) - \psi(i, j) + 2k\pi, \quad (2)$$

$$\Delta_y^\psi(i, j) = \psi(i, j+1) - \psi(i, j) + 2k\pi, \quad (3)$$

$$\Delta_x^\varphi(i, j) = \varphi(i+1, j) - \varphi(i, j), \quad (4)$$

$$\Delta_y^\varphi(i, j) = \varphi(i, j+1) - \varphi(i, j), \quad (5)$$

kde k je celé číslo zaručující, že Δ_x^ψ a Δ_y^ψ budou nabývat pouze hodnot z intervalu $(-\pi, \pi)$, můžeme zavést jiné, již realizovatelné kritérium:

$$\varphi = \arg \min \sum_{i=1, j=1}^{i=M-1, j=N-1} |g_x(i, j) (\Delta_x^\psi(i, j) - \Delta_x^\varphi(i, j)) + g_y(i, j) (\Delta_y^\psi(i, j) - \Delta_y^\varphi(i, j))|^p, \quad (6)$$

kde $g_x(i, j)$ a $g_y(i, j)$ jsou váhy příslušných gradientů.

Nicméně minimalizace takové L^p normy nezaručuje, že fáze bude rozbalena dobře; samotná norma závisí na volbě vah a tvrzení, zda je či není fáze dobře rozbalena, se odvíjí ze skutečností, které nelze matematicky formulovat.

Od terénu očekáváme, že pokud jdeme z jednoho místa na druhé různými cestami, bude mít druhé místo ve všech případech stejnou výšku. Stejně to platí i pro fázi, což znamená, že vrátíme-li se na to samé místo, musíme získat celkově nulovou změnu fáze. Tuto vlastnost od rozbalené fáze vyžadujeme. Ve spojitém prostředí bychom to zapsali jako podmínku nulové rotace rozbalené fáze, tento problém je však ze své přirozenosti diskretní.

Podle [1], kde je odvozena podmínka nezávislosti na cestě ve spojitém prostředí, z této podmínky plyne, že musí být shodné křížové difference rozbalené fáze, tedy

$$(\Delta_x^\varphi(i, j) - \Delta_x^\varphi(i, j+1)) - (\Delta_y^\varphi(i, j) - \Delta_y^\varphi(i+1, j)) = 0 \quad (7)$$

pro $i \in \langle 1, M-1 \rangle$, $j \in \langle 1, N-1 \rangle$.

Tato podmínka se zdá samozřejmá, pro zabalenou fázi však v praxi typicky neplatí.

Zde dodejme, že úloha rozbalení fáze má triviální řešení (jednoznačné až na aditivní konstantu) v případě, že je rovnice (7) splněna ve všech bodech.

Toto řešení získáme tak, že určitý bod zvolíme za referenční a přičteme k němu předem daný (celočíslný) násobek 2π , potom přejdeme k jeho sousedovi, jehož rozbalenou fázi spočteme tak, že k hodnotě původního bodu přičteme fázovou diferencí mezi těmito dvěma body, a takto pokračujeme dále, až určíme hodnotu rozbalené fáze pro všechny body obrazu.

Splnění rovnice (7) se pro praktické aplikace transformuje na splnění dvou podmínek:

- hodnoty skutečných fázových diferencí nepřesáhnou π ,
- fázový obraz neobsahuje šum.

V praxi tyto podmínky typicky splněny nejsou: fázové difference nabývají vysokých hodnot na strmých svazích (navíc záleží, jak jsou tyto svahy orientovány směrem k radaru), a zašuměna bývají všechna území pokrytá vegetací.

Pokud zabalená fáze nesplňuje ve všech bodech podmínku (7), je rozbalená fáze nejednoznačná, je tedy závislá na cestě, po které rozbalení (sumace) probíhá.

Reziduum je dle [1] bod, kde není splněna podmínka (7). Výraz může nabývat hodnoty 2π nebo -2π , pomeňme zde extrémní případ, kdy by to byl dvojnásobek (v tom případě by se toto reziduum posuzovalo jako dvojité). Podle znaménka výrazu je reziduum buď kladné, nebo záporné. Vytvořme tedy zlomy (angl. „branch cuts“), spojující vždy kladné a záporné reziduum (či více reziduí, musí však být stejný počet kladných, jako záporných). Zlomy mohou též spojit reziduum s hranicí obrazu (v tom případě je lhostejné, zda se budou rezidua vzájemně kompenzovat či ne; náš problém je prostorově omezený). Pokud při rozbalení fáze nepřetneme žádný z těchto zlomů, je rozbalená fáze jednoznačná. Nejednoznačnost úlohy však spočívá v nejednoznačnosti výběru zlomů.

Lze tedy shrnout, že úloha rozbalení fáze se transformuje na úlohu nalezení zlomů, přes které nebude rozbalení prováděno, nebo spíše na nalezení násobků 2π (v každém bodě fázového obrazu), který se přičte k fázi nerozbalené, aby výsledek dal fázi rozbalenou.

Dodejme ještě, že rozbalení fáze se používá ve více oborech, kromě radarové interferometrie zmiňme ještě zpracování obrazů získaných magnetickou rezonancí. V kapitole 3 se budeme zabývat algoritmy rozbalení fáze obecně, v kapitole 5 se již budeme zabývat pouze algoritmy přizpůsobenými radarové interferometrii.

3 Přístupy k řešení problému

Podle [1] se problém řeší dvěma základními přístupy:

- tzv. „path-following“ algoritmy, a
- metodami minimalizujícími nějakou normu.

Tyto dva přístupy můžeme (nezávisle) rozdělit ještě podle jiného hlediska:

- metody nevážené, kde $g_x(i, j) = g_y(i, j)$ pro všechna i, j ,
- metody vážené, které berou v úvahu nějakou externí informaci a některým fázovým diferencím přiřkládají větší váhu než jiným, či případně některé fázové difference neberou v úvahu vůbec.

Metodami neváženými se zde nebudeme zabývat, protože dávají horší výsledky než metody vážené a software DORIS, který interferogramy produkuje, současně produkuje koherenční obraz, jehož hodnoty jsou dány jako

$$\gamma = \left| \frac{\mathcal{E} \{M \cdot S^*\}}{\mathcal{E} \{M \cdot M^*\} \cdot \mathcal{E} \{S \cdot S^*\}} \right|, \quad (8)$$

kde M a S jsou komplexní hodnoty daného pixelu v master a slave snímku a $\mathcal{E}$ značí odhad střední hodnoty, který počítáme pro okno velké 30 pixelů ve směru letu družice a pro 6 pixelů ve směru kolmém. Pokud je hodnota koherence vysoká, znamená to, že hodnota fáze je v okolí daného pixelu „stabilní“ (tedy příliš se nemění), zatímco je-li koherence nízká, připomíná fáze v okolí daného bodu náhodnou veličinu a nenese podstatnou informační hodnotu.

Kniha [1] popisuje několik grafových i minimalizačních metod, včetně příkladů a rozdílů mezi nimi. Mezi těmito dvěma přístupy jsou dva základní rozdíly:

- zatímco grafové metody odvozují své chování od lokálních vlastností fázového obrazu, minimalizační metody jsou globální, tj. uvažují vždy celý fázový obraz,
- zatímco u grafových metod se rozbalená fáze od té nerozbalené vždy liší o násobek 2π , u minimalizačních metod tomu tak vždy není. U minimalizačních metod je třeba po rozbalení provádět ještě operaci toto zajišťující (v angl. textech označovaná jako „congruence operation“), která rozbalenou fázi jednoduše „zaokrouhlí“ na nejbližší hodnotu „povolené“ fáze.

Některé grafové metody opravdu počítají rezidua a generují zlomy (např. Goldsteinův algoritmus — přibližně minimalizuje celkovou délku zlomů, váhy neuvažuje), jiné volí cestu čistě v závislosti na koherenci či jiné dostupné veličině, udávající kvalitu fáze v daném bodě (tento postup nicméně nezaručuje, že nebude výsledná fáze obsahovat rezidua — výsledky jsou nicméně typicky lepší než pro Goldsteinův algoritmus (záleží samozřejmě na kvalitě koherenčního obrazu) [1]). Jiné algoritmy oba přístupy kombinují (např. „mask-cut“ algoritmus [1], který na základě koherenční mapy spojuje rezidua do zlomů). Pak je tu ještě Flynnův algoritmus, minimalizující ne délku zlomů, ale sumu nespojitostí (ve směru obou os), kde nespojitosti jsou dány jako

$$z_x(i, j) = \mathcal{I} \left(\frac{\Delta_x^\varphi(i, j) - \Delta_x^\psi(i, j)}{2\pi} \right), \quad (9)$$

$$z_y(i, j) = \mathcal{I} \left(\frac{\Delta_y^\varphi(i, j) - \Delta_y^\psi(i, j)}{2\pi} \right), \quad (10)$$

kde $\mathcal{I}$ značí zaokrouhlení na nejbližší celé číslo.

Tento algoritmus pak minimalizuje L^1 normu, na rozdíl od jiného algoritmu, který bude uveden později, však zaručuje nalezení globálního minima.

Druhým přístupem je minimalizace L^p normy, která je definována vztahem (6), tj. rozdíl fázový diferenci nerozbalené a rozbalené fáze. K fázovým diferencím lze přiřadit váhy, které mohou např. „povolit“ rozdíly mezi fázovými diferencemi v některých místech, typicky tam, kde je nízká koherence.

Nejjednodušším (protože lineárním) řešením je minimalizace nevážené L^2 normy, tato úloha však nedává vhodné výsledky a „path-following“ metody ji snadno „strčí do kapsy“. Vážená metoda nejmenších čtverců již dává lepší výsledky, i když zdaleka ne optimální [1]. Je to dáno tím, že tato metoda preferuje mnoho menších „chyb“ (tj. rozdílů fázových diferencí nerozbalené a rozbalené fáze) na úkor několika větších. V důsledku toho jsou mají fázové difference nižší hodnoty, než se očekává [1]. Řešení, které vznikne kongruenční operací, navíc nemusí L^2 normu splňovat.

Tato vlastnost minima L^p normy se při volbě $p > 2$ ještě zhoršuje. Proto jsou zajímavé pouze algoritmy minimalizující L^p normu pro $p \leq 2$. Minimalizace L^1 normy odpovídá minimálnímu součtu hodnot fázových nespojitostí, které jsou definovány vztahy (9) a (10), až na zaokrouhlení. Minimalizace L^0 normy odpovídá minimalizaci počtu nespojitostí, tedy délek zlomů. Jak pro L^1 , tak i pro L^0 normu platí, že kongruenční operace minimalitu řešení neporuší.

Algoritmus, který minimalizuje L^p normu pro jakékoli $p > 0$, funguje tak, že iterativně minimalizuje váženou L^2 normu, kde váhy jsou dány nejen koherencí, ale i samotnými daty, a v každém kroku se přepočítávají. Kromě toho, že je tento algoritmus velice náročný na čas, má pouze zaručenou konvergenci do lokálního minima [1].

Pokud provedeme rozbalení fáze některým algoritmem minimalizujícím L^p normu, nebude, na rozdíl od „path-following“ metod, rozbalená fáze souhlasit s nerozbalenou (až na celočíselný násobek 2π). To je v radarové interferometrii (u jiných aplikací to nemohu posoudit) nepříjemná vlastnost a je tedy nutné rozbalenou fázi upravit tak, aby (až na celočíselný násobek 2π) souhlasila s nerozbalenou, a to tak, že k rozbalené fázi v každém bodě přičteme hodnotu a , kde $|a| \leq \pi$. Tento krok ovšem způsobí, že původní kritérium, tedy minimální L^p norma, nebude splněno.

Minimalizace L^0 normy má k tomu, co od rozbalení fáze „přirozeně“ očekáváme, pravděpodobně nejbližší. Goldsteinův algoritmus však nachází pouze přibližné minimum L^0 normy, naopak algoritmus umějící minimalizovat obecnou L^p normu pro $p > 0$ (alespoň $p \rightarrow 0$, což je postačující), pro změnu nachází pouze lokální minimum. V [2] je uveden důkaz, že nalezení minima L^0 normy je NP-problém.

Porovnání uvedených algoritmů a jejich bližší popis lze najít v [1].

4 Něco teorie grafových algoritmů

V této kapitole si povíme něco málo o grafových algoritmech, což by nám mělo pomoci pochopit způsob, jak funguje použitý algoritmus.

Zavedme graf $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$, kde $\mathbf{V}$ je množina vrcholů a $\mathbf{E}$ je množina hran, kde do V patří všechny body fázového pole a do E všechny hrany tyto vrcholy spojující (vždy vrchol se sousedními, pouze vodorovné a svislé; tak, aby každé hraně odpovídala fázová difference, jak byla definována dříve). Každé hraně $e \in \mathbf{E}$ přiřadíme také cenu $a(e) \in \mathbf{R}$. Tato cena by měla odpovídat dříve definované váze této fázové difference g (jak byla použita ve vztahu (6)).

Cílem je najít nejkratší cestu/y grafem (rezidua nemusí být spojena všechna dohromady), spojující všechna rezidua. V případě, že se rezidua vzájemně nekompenzují, je třeba, aby se tato cesta dotýkala okraje grafu. Cena cesty v grafu je dána jako $A = \sum_{e \in P} a(e)$, kde P obsahuje všechny hrany, jimiž cesta vede. Hodnoty cen hran lze volit jak staticky, tak i dynamicky, což umožní minimalizovat různá kritéria. V případě, že budou ceny statické, půjde o minimalizaci (vážené) L^1 normy.

Dijkstrův algoritmus slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu od počátku s ke všem uzlům. Pracuje v polynomiálním čase [4]. Jeho chování lze shrnout následovně: všem vrcholům, ke kterým vede z vrcholu s hrana, přiřadíme délku $u(v) = a(s, v)$. Potom z této množiny vybereme vrchol v (ten s nejmenším $u(v)$) a do této množiny vložíme vrcholy w sousedící s v , kterým přiřadíme délku $u(w) = u(v) + a(v, w)$, pokud tato dosud neexistuje či je větší. Toto opakujeme až do chvíle, kdy jsme prošli všechny vrcholy.

Dijkstrův algoritmus najde nejkratší cestu pouze v případě, že v grafu nejsou cykly záporných délek (tedy uzavřená soustava hran, jejichž součet cen je záporný). V případě, že cykly záporných délek v grafu jsou, jsou ceny všech cest v grafu $-\infty$ (za předpokladu, že graf je spojitý — tzn. z každého vrcholu do

každého jiného existuje cesta). Algoritmus ze v dalším také používá k detekci, zda jsou v grafu cykly o záporné délce.

Síť dle [4] se skládá z orientovaného grafu $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ (orientovanost zde není podstatná), několika významných vrcholů (zdroje a spotřebiče); každá hrana má navíc spodní a horní omezení toku $l(e) \leq c(e)$, $l(e), c(e) \in \mathbf{Z}$ pro všechna $e \in \mathbf{E}$.

Přípustný tok v síti je $f : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{Z}$, jestliže platí $\sum_{e^+ \in \mathbf{E}(v)} f(e) - \sum_{e^- \in \mathbf{E}(v)} f(e) + r(v) = 0$, kde $r(v) = 1$ v případě, že v je zdroj, a $r(v) = -1$ v případě, že v je spotřebič. Zároveň musí platit, že $l(e) \leq f(e) \leq c(e)$ pro všechna $e \in \mathbf{E}$.

5 Použitý algoritmus

Pro rozbalení fáze používáme open-source program SNAPHU (Statistical-cost, network-flow algorithm for phase unwrapping), implementující zdokonalený Goldsteinův algoritmus. Vstupem programu je kromě fázového obrazu také obraz koherenční a intenzita snímků. Autory programu jsou autoři článků [2, 3].

Tento algoritmus najde rezidua a snaží se je spojit při minimalizaci nějakého kritéria; jak jsme uvedli dříve, přirozené představě o správnosti řešení nejlépe odpovídá L^0 kritérium.

Pro inicializaci se zde používá „minimum spanning tree“ (MST) algoritmus [2], který všechna rezidua fázového obrazu spojí do jednoho stromu, jehož velikost je minimální. Toto je zajištěno použitím Dijkstrova algoritmu, který najde vždy nejbližší (ve smyslu nejkratší cesty) reziduum k již existujícímu stromu. Toto reziduum se spojí se zbytkem stromu a váhy na této cestě se položí rovny nule, takže při připojování dalšího rezidua nebude podstatné, ve kterém místě se ke stromu připojí.

Tento algoritmus samozřejmě neminimalizuje ani L^0 normu (hran je zbytečně více), ani L^1 normu (neuvažujeme hodnoty nespovitosti ve zlomech). Tento algoritmus však přibližně minimalizuje L^0 normu — strom je sice větší, než je potřeba, avšak pokud tento graf převedeme na síť, rezidua kladného znaménka převedeme na zdroje a rezidua záporného znaménka na spotřebiče (hrany nutno zdvojit a přiřadit jim různý směr, aby šlo o orientovaný graf), a spočteme tok v této síti, zjistíme, že ne na všech zlomech je tok nulový; hrany, kde je tok nulový, ve skutečnosti zlomy nejsou. Tento algoritmus tedy přibližně minimalizuje L^0 normu.

Takto dosažený výsledek se nadále zlepšuje iterativně postupem popsáním v následujících odstavcích (autoři [2] jej nazývají „Dynamic cycle-canceling“).

Jak jsme uvedli dříve, je snadné a rychlé nalézt minimum L^1 normy, a to pomocí hledání minimálního toku v grafu; tento problém je lineární. Nalezení minima L^0 normy je ale problém nelineární, protože pokud přidáme jednotkový tok do hrany, ve které už nějaký tok je, je změna ceny nulová, zatímco cenou za přidání jednotkového toku do hrany, ve které ještě žádný tok není, je nějaké kladné číslo (pomiňme zde hrany se zápornou cenou).

Zavedme tedy v souladu s [2] pojem *reziduální síť* (nesouvisí s rezidui, která byla definována dříve). Tato reziduální síť má stejné uzly jako síť původní, nicméně hrany již reprezentují jinou veličinu. Pokud původní síť obsahuje hranu (p, q) , spojující uzel p s uzlem q , jejíž cena je c (za jednotku toku) a kapacita (maximální tok) u , a nyní této hraně přísluší tok x . Hrana reziduální sítě (p, q) má cenu g (za jednotku toku) a kapacitu $u - x$. Hrana reziduální sítě (q, p) má cenu $-g$ (za jednotku toku) a kapacitu x . To odpovídá tomu, že v původní síti můžeme k této hraně jak přidat, tak i odebrat tok, a cena toku v reziduální síti odpovídá hodnotě, o kterou se změní cena toku v původní síti.

Pokud je v síti přípustný tok, jeho přípustnost zachováme, pokud do sítě přidáme tok v uzavřeném cyklu (zachováme-li samozřejmě kapacitu všech hran). Pokud má tento tok zápornou cenu, snížíme tím celkovou cenu toku v síti. To znamená [2], že minimální tok v síti získáme v případě, že reziduální síť neobsahuje žádné cykly se zápornou cenou. Tyto cykly lze najít pomocí Dijkstrova algoritmu.

Nicméně v reziduální síti, která odpovídá L^0 normě, je situace o něco složitější. Ceny hran se mění s tokem, který jimi v daném kroku protéká, a totéž platí pro cykly se zápornými cenami. Je tedy nutné vzít tok, který síti v daném kroku prochází, k němu přičíst změnu toku δ , a pro výsledný tok spočítat ceny hran. Z nich pak určíme, zda se v síti nacházejí cykly se zápornou cenou. Pokud ano, přidáme do tohoto cyklu tok δ a přepočítáme hrany sítě. Pokud už v síti pro aditivní tok δ nejsou žádné cykly se zápornou cenou, přepočítáme ceny hran pro $\delta + 1$ a pokračujeme. Každé přidání tak sníží celkovou cenu toku v síti a měnit δ budeme tak dlouho, dokud δ nepřevyší maximální tok v síti.

Tento algoritmus nicméně dle [2] konverguje do lokálního minima, nicméně jeho výsledky jsou ve většině případů slušné.

Cenami jednotlivých hran sítě zde však nejsou hodnoty koherence, nýbrž hodnoty spočítané ze statistického modelu závislého nejen na koherenci, ale i na intenzitě daného pixelu v interferogramu (násobek intenzit obou snímků). Např. pokud je intenzita vysoká, jde pravděpodobně o překryv (layover), který vzniká při vysokých sklonech. Ceny jednotlivých hran jsou tedy dány podmíněnými pravděpodobnostmi dané fázové difference při známé intenzitě a koherenci. Také vzhledem ke geometrii pohledu jsou podmíněné pravděpodobnosti fázových diferencí jiné ve směru letu a jiné ve směru kolmém.

Vzhledem k tomu, že už z dříve uvedeného plyne, že se ceny hran musejí přepočítávat pro každou hodnotu toku, výpočetní zátěž se tímto příliš nezhorší.

Zde jde však už o aplikační vylepšení, které nelze použít pro jiné aplikace, jako je magnetická rezonance či dokonce rozbalení deformačního interferogramu, který již neobsahuje topografii, a tudíž má zde intenzita přijatého signálu zanedbatelný význam.

Pokud však rozbalujeme deformační interferogram, je nastavení podmíněných pravděpodobností jiné. Fázové difference jsou teď nezávislé na topografii a čím je vyšší koherence, tím nižší hodnoty fázových diferencí lze očekávat (podobně jako v případě topografie). A model podmíněné pravděpodobnosti je stejný pro fázové difference v obou směrech.

Více podrobností lze nalézt v [3].

6 Příklady

Rizikem fázového rozbalení není to, že bude v několika bodech mít fáze špatné hodnoty (neodpovídající terénu) — v takovém případě jde typicky o místa, která jsou z nějakého důvodu nespolehlivá. Nicméně nevhodný algoritmus pro rozbalení fáze může mít ty důsledky, že bude fáze mít nereálné hodnoty ve větší části obrazu: to se typicky stává v případě, že jsou dvě velké části obrazu (typicky s dobrou koherencí) odděleny souvislou oblastí s nízkou koherencí (např. řeky). V takovém případě vůbec nemůžeme očekávat uspokojivý výsledek a je nutné obě části posuzovat zvlášť.

Podobné nebezpečí hrozí, když tato část bude velká, i když obě části obrazu nebude oddělovat definitivně.

Podívejme se na příklady — na obr. 1 je zobrazen topografický interferogram severozápadní části severočeské hnědouhelné pánve (na pravé straně Labe okolo Ústí n. L.), obr. 2 ukazuje deformační interferogram téže oblasti.

7 Závěr

Rozbalení fáze je úloha v podstatě neřešitelná, protože k fázi zabalené je vždy nutno přidat informaci, kterou z ní nezjistíme. Tu se snažíme odhadnout na základě některých vlastností zabalené fáze (rezidua) a dalších informací, k nimž patří koherence a v případě topografického interferogramu též intenzita obrazu.

Při rozbalení fáze tedy předpokládáme (i když tento předpoklad není vždy správný), že fázové difference zabalené fáze by měly být co nejpodobnější fázovým diferencím fáze rozbalené, a to ve smyslu nějaké normy. Za normu, která nejlépe splňuje přirozené požadavky na rozbalenou fázi, se typicky považuje L^0 norma, jejíž minimalizace je však NP-problém.

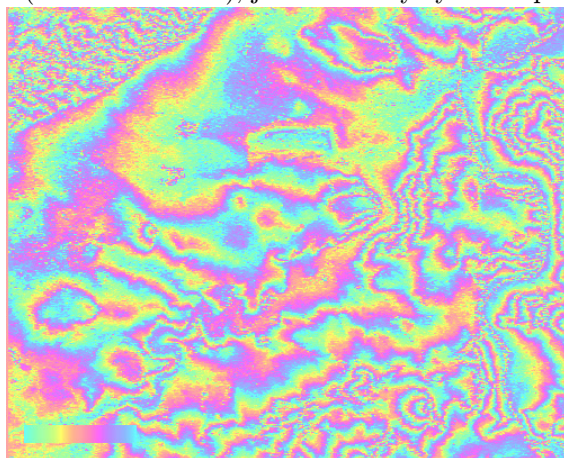
Protože algoritmy pracující v exponenciálním čase nemají v praxi upotřebení (s výjimkou pokusných aplikací), je snaha vyvíjet algoritmy, které L^0 normu pouze aproximují (co nejlépe) a přitom pracují v polynomiálním čase.

SNAPHU používá jeden z těchto algoritmů a ve většině případů dává dobré výsledky; setkali jsme se dosud pouze s jedním neuspokojujícím výsledkem, který je uveden na obrázku 3. Výsledků dobrých, jako jsou ty na obrázcích 1 a 2, jsme dostali podstatně více. Na základě toho lze soudit, že tento program se dobře vyrovnává s topografií, jeho chování u deformačních interferogramů nemůžeme dobře posoudit, protože naše deformační interferogramy jsou velmi jednoduché; nicméně neumí se u deformačních interferogramů vyrovnat s proužky způsobenými špatnou polohou družic.

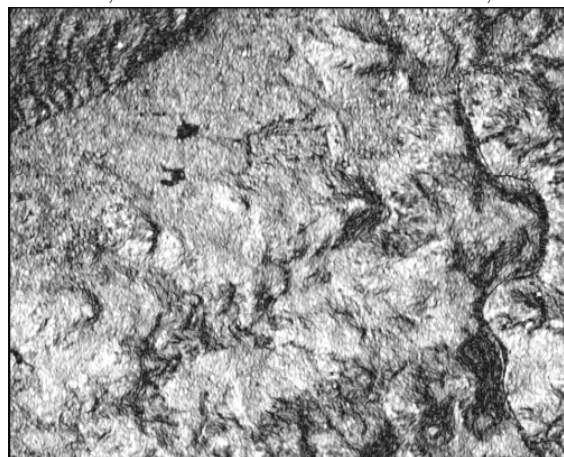
Reference

- [1] Dennis C. Ghiglia, Mark D. Pritt: Two-Dimensional Phase Unwrapping (Theory, Algorithms, and Software), John Wiley & Sons, Inc., 1998

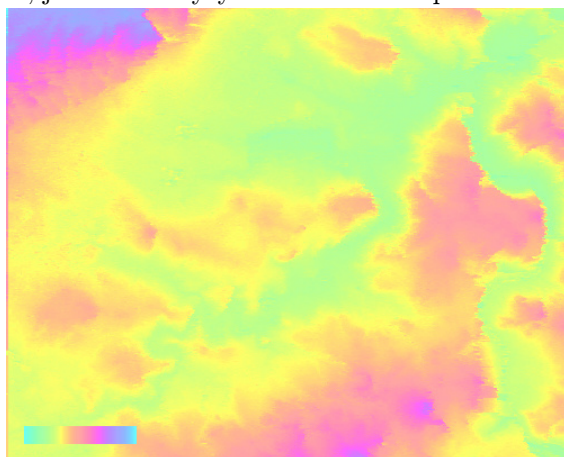
Původní (nerozbalená fáze), jeden barevný cyklus odpovídá 2π .



Koherenční obraz, bílá znamená dobrou koherenci, černá špatnou.

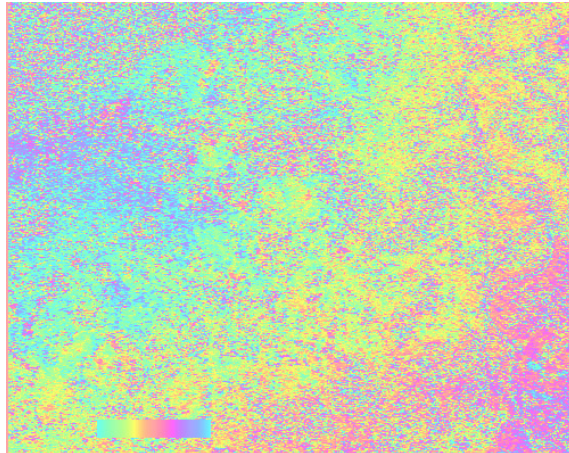


Rozbalená fáze, jeden barevný cyklus tentokrát odpovídá celé škále obrazu.

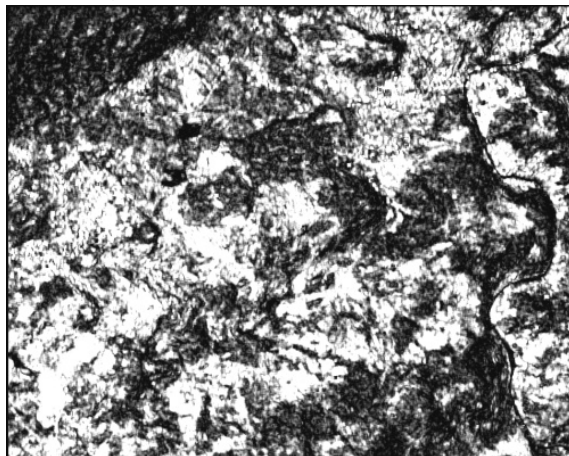


Obrázek 1: Západní část severočeské hnědouhelné pánve (topografický interferogram) — příklad správného rozbalení fáze (alespoň přibližně, detaily nejsou pro radarovou interferometrii podstatné).

Původní (nerozbalená fáze), jeden barevný cyklus odpovídá 2π .



Koherenční obraz, bílá znamená dobrou koherenci, černá špatnou.

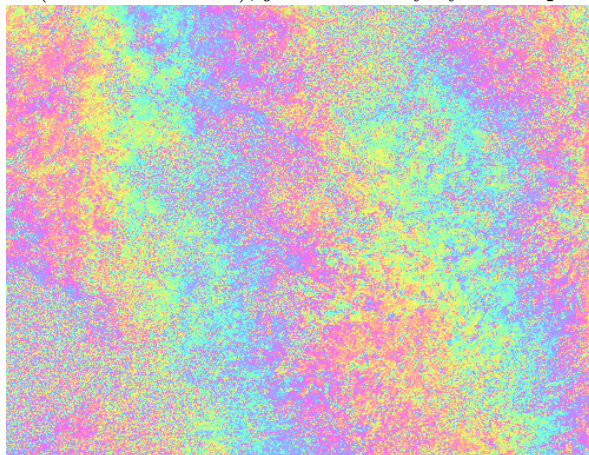


Rozbalená fáze, jeden barevný cyklus tentokrát odpovídá celé škále obrazu.

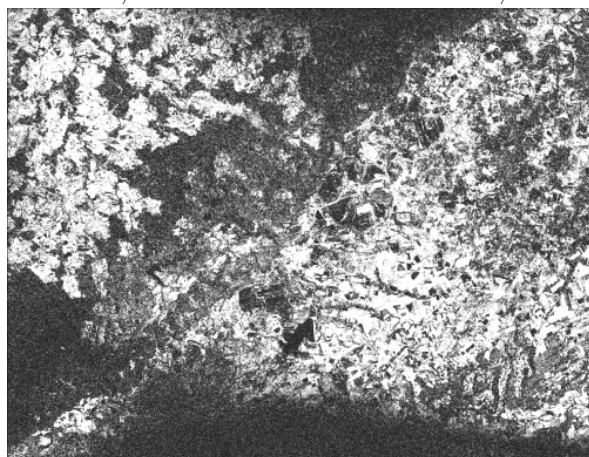


Obrázek 2: Západní část severočeské hnědouhelné pánve (deformační interferogram) — příklad správného rozbalení fáze. Není zde žádná hrana, přechod je tak pozvolný, že není vidět. Není zřejmé, zda jsou dobře rozbaleny barevné „fleky“, je však jisté, že nejsou chybná celá velká území.

Původní (nerozbalená fáze), jeden barevný cyklus odpovídá 2π .



Koherenční obraz, bílá znamená dobrou koherenci, černá špatnou.



Rozbalená fáze, jeden barevný cyklus tentokrát odpovídá celé škále obrazu.



Obrázek 3: Severočeská hnědouhelná pánev (deformační interferogram) — příklad nesprávného rozbalení fáze. Je zde hrana, která zde být nemá, protože proužky v horním obrázku naznačují „spojitost“ (ve velkém) fáze. Tyto proužky by v deformačním interferogramu být neměly a poukazují na nesprávně určenou polohu družic.

- [2] Curtis W. Chen, Howard A. Zebker: Network Approaches to two-dimensional phase unwrapping: intractability and two new algorithms, *Journal of the Optical Society of America*, volume 17, no. 3:401–414
- [3] Curtis W. Chen, Howard A. Zebker: Two-dimensional Phase Unwrapping with Use of Statistical Models for Cost Functions in Nonlinear Optimization, *Journal of the Optical Society of America*, volume 18, no. 2:338–351
- [4] Přednášky prof. M. Demlové: *Matematika 6d*, ČVUT FEL Praha, jaro 2001